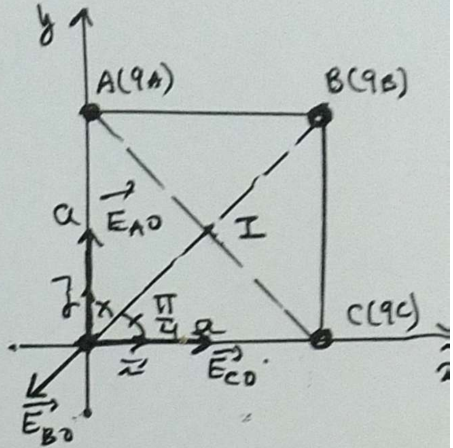
Corrigé EMD 2 Physique 2

1) Calcul du champ :

$\vec{E_0} = \vec{E_{AO}} + \vec{E_{BO}} + \vec{E_{CO}}$.



$E_{AO} = \frac{kq}{a^2}$. $\quad \vec{E_{AO}}\begin{pmatrix} 0 \\ +E_{AO} \end{pmatrix}$.

$E_{CO} = \frac{kq}{a^2} \quad \vec{E_{CO}}\begin{pmatrix} +E_{CO} \\ 0 \end{pmatrix}$

$E_{BO} = \frac{kq}{2a^2} \quad \vec{E_{BO}}\begin{pmatrix} -E_{BO}\cos\frac{\pi}{4} \\ -E_{BO}\sin\frac{\pi}{4} \end{pmatrix}$

$Ox : E_{Ox} = E_{CO} - E_{BO}\cos\frac{\pi}{4} = \frac{kq}{a^2} - \frac{kq}{2a^2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{kq}{a^2}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

$Oy : E_{Oy} = E_{AO} - E_{BO}\sin\frac{\pi}{4} = \frac{kq}{a^2} - \frac{kq}{2a^2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{kq}{a^2}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

$E_{Ox} = E_{Oy}$.

$E_0 = \sqrt{E_{0x}^2 + E_{0y}^2} = \sqrt{2E_{0x}^2} = \sqrt{2}\,|E_{0x}| = \boxed{\frac{kq}{a^2}\left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)}$

AN : $E_0 = \frac{9.10^9.10^{-9}}{(0,1)^2}\cdot\left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right) = \boxed{822,78 \text{ V/m}}$

2) Calcul du potentiel électrostatique au point o :

$V_0 = V_{AO} + V_{BO} + V_{CO} = -\frac{kq}{a} + \frac{kq}{\sqrt{2}a} - \frac{kq}{a} = -\frac{2kq}{a} + \frac{kq}{\sqrt{2}a}$.

$\boxed{V_0 = \frac{kq}{a}\left(-2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)} \Rightarrow \boxed{V_0 = -1170 \text{ V}}$

3) La force agissante sur la charge $Q = +q$:

$\vec{F_0} = Q.\vec{E_0} \Rightarrow |\vec{F_0}| = |Q||\vec{E_0}|$

$F_0 = +q\cdot\frac{kq}{a^2}\left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right) = \boxed{\frac{kq^2}{a^2}\left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)}$

AN : $F_0 = 10^{-9}.822,72$ N.

4) Travail nécessaire pour déplacer la charge de l'origine o au point I :

$W_{O\to I} = E_{p_O}(Q) - E_{p_I}(Q)$

[1]

$$W_{O\to I} = q.V_0 - qV_I$$

$$V_I = V_{AI} + V_{BI} + V_{CI} + V_{OI} = \frac{-kq}{AI} + \frac{kq}{BI} - \frac{kq}{CI} + \frac{kq}{OI}.$$

$$= 0.$$

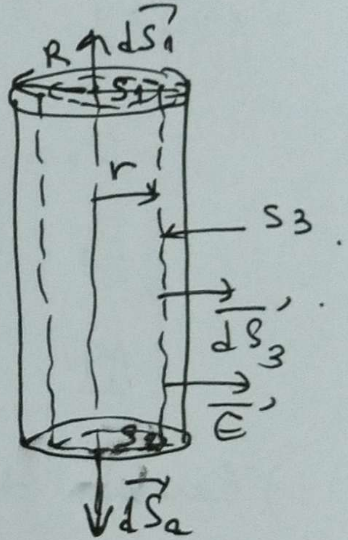
$$\left(AI = BI = CI = OI\right) = \frac{\sqrt{2}a}{2}$$

$$W_{O\to I} = qV_0 = \frac{kq^2}{a}\left(-2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow W_{O\to I} = -1170.10^{-9}J$$

EX 2

1) Calcul du champ en tout point de l'espace:

$r < R$:



$$\Phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3$$

$$= \iint_S \underbrace{\vec{E_1}.\vec{dS_1}}_{0} + \iint_S \underbrace{\vec{E_2}.\vec{dS_2}}_{0} + \iint_S \vec{E_1}.\vec{dS_3}$$

$$\vec{E_1} \perp \vec{dS_1} \qquad \vec{E_1} \perp \vec{dS_2}$$

$$\Phi = \iint \vec{E_1}.\vec{dS_3} = E_1 \iint dS_3 = E_1 S_3.$$

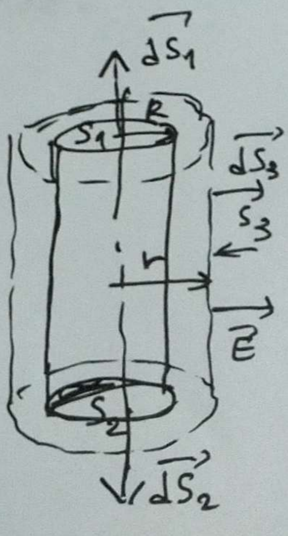
$$\boxed{\Phi = E_1 2\pi r l}$$

$$\Sigma q_i = \int \rho dV = \rho V = \rho \pi r^2 l.$$

$$\Phi = \frac{\Sigma q_i}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_1 2\pi r l = \frac{\rho \pi r^2 l}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_1 = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}}$$

$r > R$:



$$\boxed{\Phi = E_2 2\pi r l}$$

$$\Sigma q_i = \int \rho dV = \rho v = \boxed{\rho \pi R^2 l}$$

$$\Phi = \frac{\Sigma q_i}{\varepsilon_0}$$

$$E_2 \, 2\pi r l = \frac{\rho \pi R^2 l}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E_2 = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}}$$

2°) Calcul du potentiel :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V \Rightarrow E(r) = -\frac{\partial V}{\partial r} \Rightarrow V(r) = -\int E(r)\, dr$$

$\underline{r < R}$: $V_1(r) = -\int E_1(r)\, dr = -\int \frac{\rho r}{2\varepsilon_0} dr = -\frac{\rho r^2}{4\varepsilon_0} + C_1$

$V_1(r=0) = 0 \Rightarrow 0 + C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = 0$

$$\boxed{V_1(r) = -\frac{\rho r^2}{4\varepsilon_0}}$$

$\underline{r > R}$: $V_2(r) = -\int E_2(r)\, dr = -\int \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r} = \frac{-\rho R^2}{2\varepsilon_0} \ln r + C_2$

Continuité du potentiel au point $r = R$.

$$V_1(R) = V_2(R).$$

$$-\frac{\rho R^2}{4\varepsilon_0} = -\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0} \ln R + C_2 \Rightarrow C_2 = -\frac{\rho R^2}{4\varepsilon_0} + \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0} \ln R$$

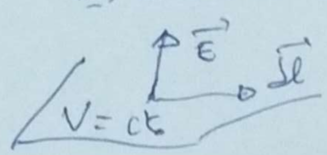
$$V_2(r) = -\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0} \ln r + \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0} \ln R - \frac{\rho R^2}{4\varepsilon_0} = \boxed{\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0} \ln \frac{R}{r} - \frac{\rho R^2}{4\varepsilon_0}}$$

EX3 :

1) Une surface équipotentielle est l'ensemble des points du champ électrique où le potentiel est constant.

– $dV = -\vec{E} \cdot \vec{dl}$ si $V = cte \Rightarrow dV = 0$

$\vec{E} \cdot \vec{dl} = 0 \Rightarrow \vec{E} \perp \vec{dl}$ ($\perp$ à la surface équipotentielle

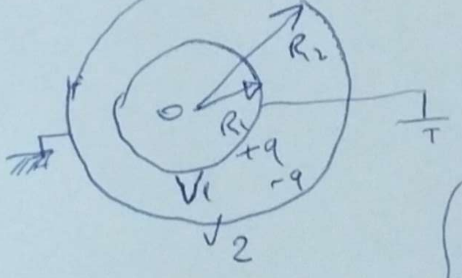


pour une charge ponctuelle $V = \frac{Kq}{r} = cte$

$\Rightarrow r = cte \Rightarrow$ les surfaces équipotentielles sont des sphères concentriques où le centre est la position de la charge.

2 - pour un conducteur en équilibre $E = 0$ à l'intérieur du conducteur $\Rightarrow V = cte \Rightarrow$ donc son volume est équipotentiel et par continuité du potentiel sa surface est aussi une surface équipotentielle.

3 - Un condensateur est formé de deux conducteurs en influence totale. Pour un condensateur sphérique



entre les 2 sphères $E = \frac{Kq}{r^2}$

$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (th. Gauss)

$$\int_{V_1}^{2} dV = -\int_{R_1}^{R_2} E\,dr \quad (\vec{E} = -\vec{grad}\,V)$$

$$V_1 - V_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$V_1 - V_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}\right) \Rightarrow C = \frac{q}{V_1 - V_2}$$

$$C = \frac{4\pi\varepsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

si la distance entre les armatures est très petite

$R_2 - R_1 \simeq e$

$R_1 R_2 \simeq R_1^2$

$C \simeq \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1^2}{e} = \frac{\varepsilon S}{e}$